

【625】

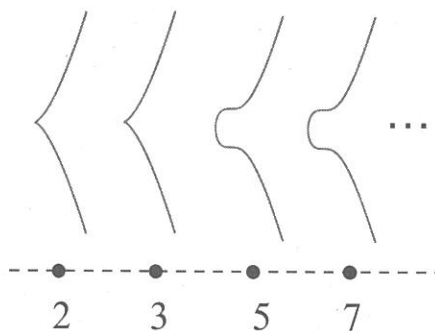
例えば、医師から意識の確認のために「 $1+1$ は？」と尋ねられたとしましょう。答えはもちろん2です。けれど数学者の私は、つい答えは2ですがそれが0になる世界もあります」と一言付け加えたくなります。診察室では迷惑な返事ですが、数字では、この一言が豊かな幾何学を生み出します。

$1+1=0$ の」といふ奇妙に思えますが、仕組みは簡単です。整数を偶数を奇数だけで区別し、偶数を0、奇数を1と呼んでみましょ

う。奇数と奇数を足すと偶数です。から、 $1+1=0$ となります。数についての情報を、偶数が奇数だけに絞つたのです。この世界でも四則演算ができ、数学ではこの世界を二つの数からなる「有限体」と呼びます。

さて、この世界で図形を考える
とどうなるでしょう。図形は、方
程式を使って表すことができます。
す。例えば、普段の実数の世界で
は、 $x+y=1$ は円を表します。
ところが、 $1+1=0$ の世界では、

高松 哲平 准教授



この方程式は $(x+y+1)^2=0$ と書き換えられます。「そんな馬鹿な」と思った方もいるかもしれません。

$(x+y+1)^2$ を計算すると x^2+y^2+1
 $+2(xy+x+y)$ になるはずか
 ね。でも、この世界では $2=0$ な
 のだから、実はこれは元の式と同
 じなのです。田だったものが、一
 次式（つまり直線） $x+y+1=0$
 が二重に重なった図形へと姿を変
 えてしまいます。 $1+1=0$ の世界
 ならではの面白現象です。

この有限体の数字は、机上の遊びにとどまりません。有限体は、通信や記録の誤りを直す「誤り訂正符号」に使われます。また、有限体上のある種の三次方程式が定める「楕円（だえん）曲線」は、

たかまつ・てっぺい 1994年生まれ。
2022年3月東京大学大学院数理科学研究科修了。博士(数理科学)。日本学術振興会特別研究員、京都大学白眉センター特定助教を経て、26年1月から現職。専門は数論幾何学、整数上の多様体の研究。

情報を安全にやり取りするための暗号の基礎になっています。有限体は、スマートフォンやインターネットを陰で支えているのです。

(一) ここでは2に注目しました。が、このような世界は素数 p とにあります。図は、 $\mathbb{F}_p$ とどういふ方程式が、いくつかの素数 p の世界で見せる姿を表した概念図です。 $p=2, 3$ ではとがった点が現れ、 $p=5, 7$ では滑らかになります。私は、より複雑な図形について、素数 p の世界でどのような姿や性質が現れるのかを研究しています。

$\mathbb{F}_{11}$ とは、ただの冗談ではなく、深遠な幾何学への入り口であり、私たちの生活を支える技術にもつながっているのです。もちろん診察室で尋ねられたときには、私も素直に2と答えるつもりですが。