

# 埼玉経済



さとう・ようへい  
79年生まれ。07年  
3月早稲田大学大学  
院理工学研究科博士  
課程修了。博士（理  
学）。早稲田大学助  
手、大阪市立大学数  
学研究所などを経て  
13年10月から現職。  
専門は橢円型偏微分  
方程式の変分問題。

# 「関数」の「関数」の極値問題

佐藤 洋平 大学院理工学研究科 講師

の曲線を集めた集合を  $X$  とします。 $X$  の元（曲線）をひとつ決めると、その曲線の長さが決まるので、この対応は関数と考えることができます。この“曲線”を変数とする関数を  $f$  とすると、測地線問題は、関数  $f$  の最小点を求める問題と同じです。

化して、 $f$ の微分をゼロにすると曲線を測地線と呼ぶこともあります。また、曲線は開数と思つことができるので、 $f$ は“関数”的な関数なのです。

### ■ 最速降下曲線問題

重力が働いている場で、図のように点Aが点Bより高い位置にある場合を考えます。

このとき滑らかな曲線でAとBを繋ぐと、Aから初速0で起動したボールは摩擦を無視すれば必ずBまでたどり着き、そのときにかかる時間は積分を用いて計算できます。

が知られています。

■偏微分方程式の変分問題

私の専門は偏微分方程式の変分問題ですが、偏微分方程式の中にはその解がエネルギー汎関数と呼ばれる“関数”的な関数の極値問題の解と一対一に対応するものがあります。私はそのような偏微分方程式の変分問題を研究しています。

汎関数の極値をすべて求めれば、偏微分方程式の解もすべて求まる訳ですが、すべての極値が分かつてない場合の方が多いのです。そもそも“関数”的な関数の極値問題は、数学的に厳密に扱うこと自体が簡単ではありませんでした。厳密に扱うことができるようになったのは関数空間の概念が整理された19世紀以降です。

今日では当時の方法はさらに改良され、変分問題は偏微分方程式の解の存在を示すための現代数学の強力なアプローチと認識されており、研究が進められています。