

関数電卓使用を前提とする2乗に反比例する関数の教材開発 ーモデリングサイクルにおけるコンピュータ結果に焦点をあててー

自然科学系教育サブプログラム (算数・数学)

山本 柚

【指導教員】 松崎昭雄 飛田 明彦 西澤 由輔

【キーワード】 コンピュータ結果 関数電卓 2乗に反比例する関数

1. はじめに

筆者は、現在、関数電卓使用を前提とする2乗に反比例する関数の教材開発に向けて研究を進めている。平成27年度全国学力・学習状況調査の中学校数学B [1] では、プロジェクターからスクリーンまでの投映距離が投映画面の大きさに比例することや、映像の明るさが投映画面の面積に反比例することを題材とした、事象の数学的な表現と解釈(プロジェクター)(以下、「プロジェクター」問題)が出題されている(図1)。また、本問題をもとにした授業アイデア例では、教師が「投映距離が2倍になったとき、投映画面の明るさは何倍になるのかも考えてみましょう。」と発言している(国立教育政策研究所教育課程研究センター, 2015, p.10)。

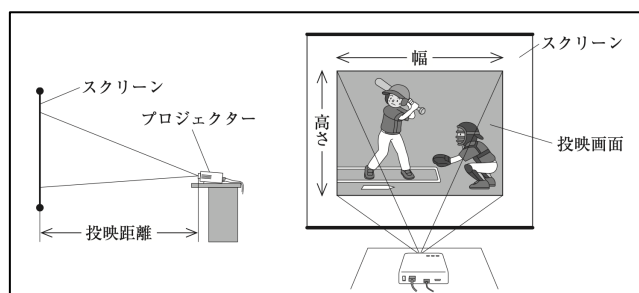


図1 「プロジェクター」問題の場面設定

筆者は、「プロジェクター」問題を題材とした大学生対象のモデリングワークショップと高校生対象のモデリング数学授業を計画し、実施した。モデリングワークショップでは、学生らは、照度計を用いて、プロジェクターのレンズから投映画面までの距離(以下、投写距離)とプロジェクターの投写画面の明るさ(以下、投写画面の明るさ)を測定する実験をおこなう。実験から得られたデータを収集し、関数電卓(カシオ計算株式会社 fx-JP900-N)を用いて、投写距離と投写画面の明るさとの関数関係を探究する。

本稿では、関数電卓のモードや機能に着目して、大学生対象のモデリングワークショップ及び高等学校数学科のモデリング授業実践を報告する。また、学生らが記述したワークシートをもとに、投写距離と投写画面の明るさの関係を探究する際、学生らがどのようにコンピュータ結果を解釈しているかを明らかにする。

2. 関数電卓使用を前提とする2乗に反比例する関数の教材開発

「プロジェクター」問題をもとにした授業アイデア例での教師の発言から、投写距離と投写画面の明るさの関数関係について探究する活動を計画し、モデリングワークショップ及びモデリング授業実践をおこなった。具体的には、照度計とプロジェクターを用いて、投写距離に応じた投写画面の明るさを測定する実験をおこない、関数電卓を用いて、投写距離と投写画面の明るさとの関数関係について探究する活動をおこなう。モデリングワークショップ及びモデリング授業のテーマは「関数電卓を用いて、投影距離と映像の明るさの関係を探ろう」である。ワークショップの目的は、学生らが、どのように関数電卓のモードや機能を使用して、投写距離と投写画面の明るさとの関数関係の探究をしたのかについて明らかにすることである。

筆者は、2乗に反比例する関数の教材開発に向けた準備をおこなっている(Yamamoto et al., 2022)。具体的には、投写距離と投写画面の明るさを測定する予備実験をおこなった。予備実験では、投写画面の明るさをより正確に測るために、部屋の窓には暗幕を設置し、机からの光の反射を防ぐため机の上に暗幕を敷くなどの工夫をした(図2)。



図2 予備実験の様子

予備実験によって得られたデータをもとに、関数電卓を用いて、投写画面の明るさは投写距離の2乗に反比例するとみなす。以下は、関数電卓の操作説明である。

【操作1】

関数電卓の「統計計算」モードを選択する（図3）。

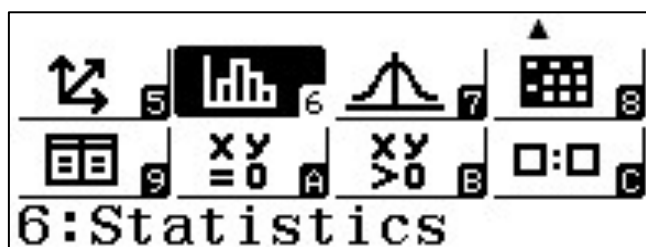


図3 「統計計算」モードを選択する画面

【操作2】

投写距離をx, 投写画面の明るさをyとして, 予備実験から得られたデータを入力する（図4）。

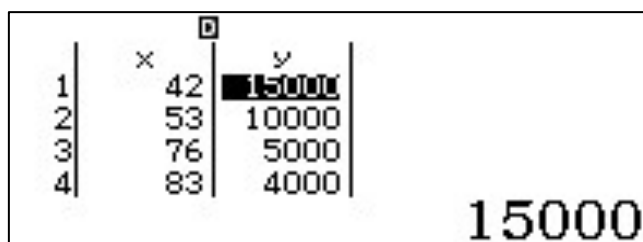


図4 データを入力した画面（一部）

【操作3】

2変数(x,y)べき乗回帰計算「3:y=a・x^b」を選択する（図5）。

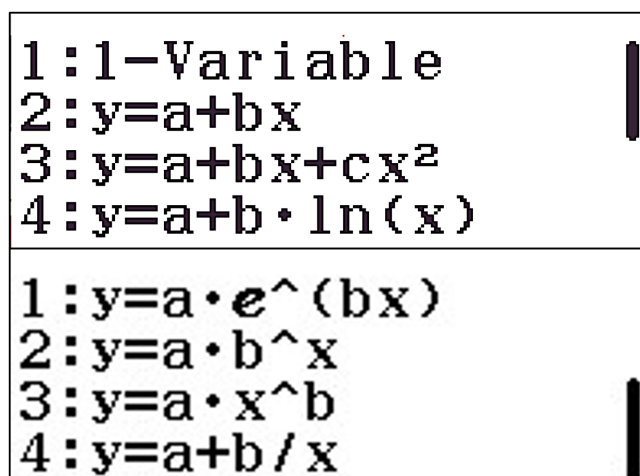


図5 「統計計算」モードで使用する関数を選択する画面

【操作4】

OPTN から「4:回帰計算結果一覧」を選択し（図6）, 回帰計算結果を表示する（図7）。

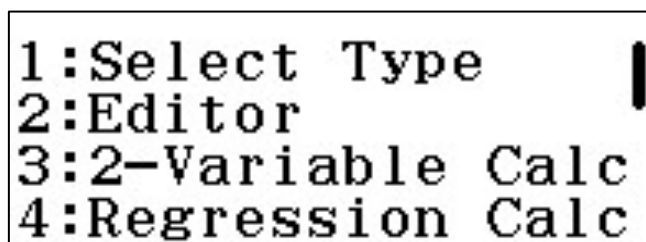


図6 回帰計算結果一覧を選択する画面

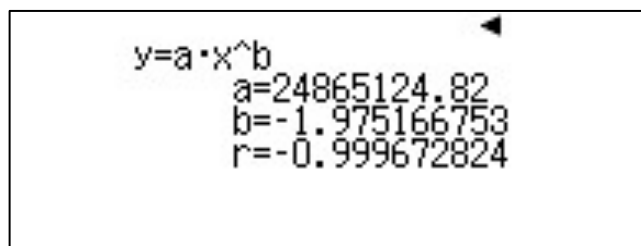


図7 2変数(x,y)べき乗回帰計算の結果一覧を表示した画面

回帰計算の結果一覧から, 相関係数rが-1に近い, xとyには強い負の相関があり, $b \approx -2$ であることから, 投写画面の明るさは投写距離の2乗に反比例するとみなすことができる。なお, べき乗回帰計算の結果から得られるrの値は, 入力したデータx,yを自然対数に置き換えた値 $\log x$, $\log y$ の相関係数である。実際, 関数電卓の「統計計算」モードにおいて, $\log x$ の値をx, $\log y$ の値をyとして入力し（図8）, 1次回帰計算の結果一覧を表示すると, rの値が一致する（図9）。なお, 相関係数の値が負となるのは, 収集したデータを対数に変換した値において, $\log x$ の値が増加すると $\log y$ の値が減少するためである。

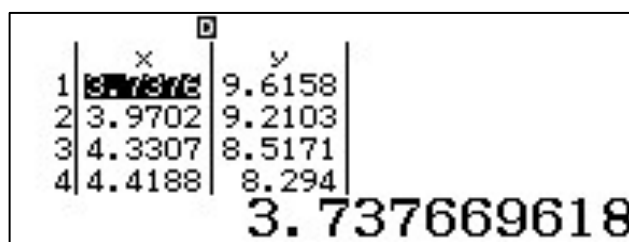


図8 $\log x$ の値をx, $\log y$ の値をyとして入力した画面

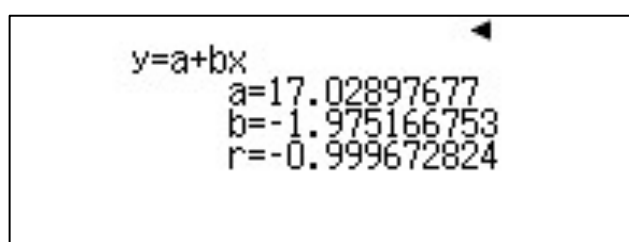


図9 2変数(x,y)1次回帰計算の結果一覧を表示した画面

3. 大学生対象のモデリングワークショップ

筆者は, 2022(令和4)年11月23日に茨城県内国立大学の中学校・高等学校数学科の教員を志望する学生20名, 同年12月7日, 14日に埼玉県内国立大学教員養成系学部学生39名の計59名を対象として, モデリングワークショップを実施した。なお, 埼玉県内国立大学教員養成系学部の学生は, 12月7日, 14日の両日も実験をおこなっており, 2種類のデータを得ている。ワークショップは次の設計で実施した(表1)。

表1 ワークショップの設計

	○ワークショップの展開
導入	○「プロジェクター」を題材とした、投影距離と投影画面の大きさの関係についての問題を知る。 ・『平成 27 年度全国学力・学習状況調査（中学校数学）B』の中の「プロジェクター」を題材とした問題の一部について知る。 ○授業アイデア例の発問をもとに、投影距離と映像の明るさにどのような関係が成り立つかを予想する。 <u>授業アイデア例の発問（抜粋）</u> 投影距離が 2 倍になったとき、映像の明るさは何倍になるのかも考えてみましょう。
展開	○照度計とプロジェクターを用いて、投影距離に応じた光の明るさを測定する実験をおこなう。
展開	○照度計とプロジェクターを用いて、投影距離に応じた光の明るさを測定する実験をおこなう。 ○実験結果から、投影距離と映像の明るさの関係について考察し、ワークシートにまとめる。 実験結果をもとに、関数電卓を用いて、投影距離とプロジェクターの映像の明るさにどのような関係が成り立つかを考察してください。
まとめ	○課題を確認する。 【課題】 「プロジェクターの映像の明るさは投影距離の 2 乗に反比例する」という関係を取り上げて、関数電卓使用を前提とする授業を構想してください。

大学生 59 名が記述した、投写距離と投写画面の明るさに成り立つ関数関係を分類すると、次の 4 つのタイプが見られた。ここでは、コンピュータモデルを付加したモデリング・サイクル（図 10）にもとづいて、それぞれのタイプのモデラーがコンピュータ結果をどのように解釈しているかを明らかにする。

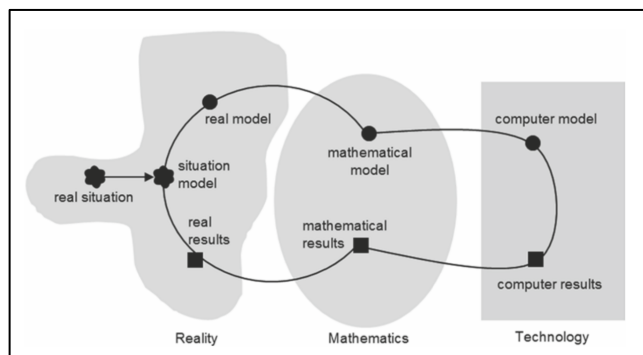


図 10 コンピューターモデルを付加したモデリング・サイクル (Greefrath, 2011, p.302)

3.1. 投写距離と投写画面の明るさの間に成り立つ関係の予想

ここでは、学生らが実験の前におこなった、投写距離と投写画面の明るさに成り立つ関係の予想について述べる。これはコンピュータモデルを付加したモデリング・サイクルにおいて、現実モデル及び数学的モデルである。投写距離と投写画面の明るさの関係について、反比例する関係が成り立つと予想した学生は 20 名、2 乗に反比例する関係が成り立つと予想した学生は 32 名、明確な関係を予想することができなかった学生は 7 名であった。

反比例する関係が成り立つと予想した理由として、学生 MY は、「投影距離が長くなるほど、明るさは暗くなると思う」は現実モデルであり、「反比例すると思う」は数学的モデルである（図 11）。

予想

投影距離が長くなるほど、明るさは暗くなると思うのと、反比例すると思う。
2 倍になったとき、 $\frac{1}{2}$ 倍になると思う。

図 11 学生 MY が記述した反比例する関係が成り立つと予想した理由

2 乗に反比例する関係が成り立つと予想した理由として、学生 SY は、投写距離が 2 倍になったときの投写画面の明るさについて、投写画面の面積が 4 倍になることから、明るさは $\frac{1}{4}$ になると予想している（図 12）。

面積が 4 倍 → 点ごとの明るさ $\frac{1}{4}$

図 12 学生 SY が記述した 2 乗に反比例する関係が成り立つと予想した理由

また、明確な関係を予想することができなかった学生SKは、「遠ざかるほど暗くなるが、0にはならない。近いところで、距離を多少変えても影響は小さい。近いところでは、距離を変えることの影響は大きい。」と記述しており、投写距離と投写画面の明るさの間に成り立つ関係の予想をグラフで表している(図13)。

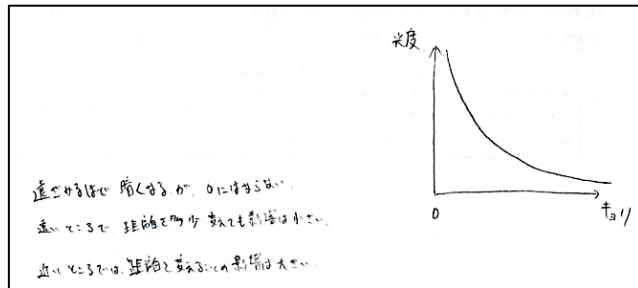


図13 学生SKが記述した投写距離と投写画面の明るさの間に成り立つ関係の予想

3.2. 投写距離と投写画面の明るさの関数関係の探究

投写距離と投写画面の明るさに成り立つ関数関係について、実験から得られたデータをもとに、学生らがどのような探究をおこなっていたかについて述べる。大学生59名が記述した、投写距離と投写画面の明るさに成り立つ関数関係を分類すると、次の4つのタイプが見られた：比例する関係、反比例する関係、2乗に反比例する関係、明確な関係を見出すことができない。これらは数学的結果及び現実的結果である。いずれの学生も、関数電卓の「統計計算」モードによる回帰計算をおこなっていたため、以降は、どの回帰計算を使用しているかに着目する。

3.2.1. 比例する関係

比例する関係については、学生5名が記述している。学生HHは、実験から得られたデータをもとに、コンピュータ結果である「統計計算」モードによる2変数(x,y)1次回帰計算の結果から、相関係数rが-1となるため、比例する関係が成り立つと結論づけている(図14)。学生HHは、実験をおこなう前に、2乗に反比例するという予想をしていたため、コンピュータ結果を鵜呑みにしなかった。その予想に反した結論が得られた理由として、「①元の問題の明るさの定義と、Lxを用いた明るさの定義が異なるのではないか。②スクリーンにうつすと台形になっておりそれを補正して長方形にしている値で元の問題は考えられているのではないか。③照度計の使い方がうまくできていなかった。④プロジェクター自体が想定されていたものとは異なるなどが考えられる。⑤照度の測り方が違った。」と記述している(図15)。

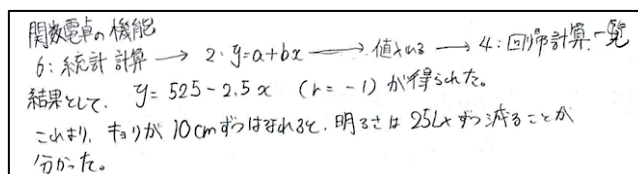


図14 学生HHが記述した比例する関係が成り立つ根拠

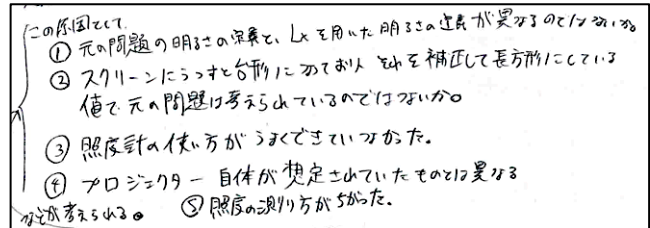


図15 学生HHが記述した予想に反した結論が得られた理由

3.2.2. 反比例する関係

反比例する関係については、学生14名が記述している。学生ITは、「統計計算」モードによる、2変数(x,y)1次回帰計算、2変数(x,y)2次回帰計算、2変数(x,y)逆数回帰計算の結果を記述し、グラフの概形をかいている(図16)。これらのグラフはコンピュータ結果である回帰計算結果から得られた数学的結果である。それらから、「データからも反比例であると思うし、回帰計算の結果からもそれに近い値であるように思う」としつつ、「rの値の意味や扱いがよくわからなかった(1次回帰ではほぼ1、反比例の回帰ではほぼ-1 基準となる線が違うからか?)」と記述している(図17)。学生ITはコンピュータ結果であるrの値から反比例する関係が成り立つと結論づけた一方で、rがどのように導出されるかわからないため、それが何を表しているか解釈することができなかった。

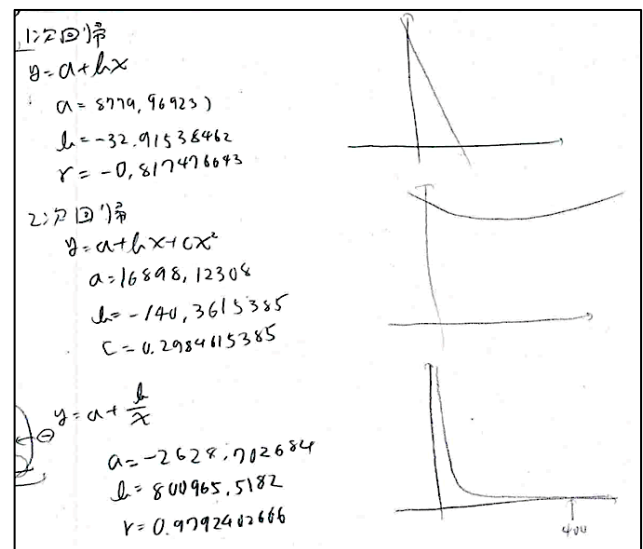


図16 学生ITが記述した回帰計算の結果一覧とグラフの概形

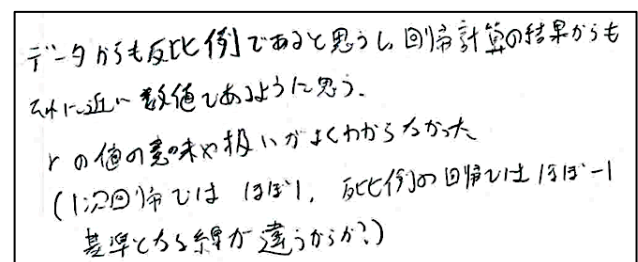


図17 学生ITが記述した反比例する関係が成り立つ根拠

3.2.3. 2乗に反比例する関係

2乗に反比例する関係については、学生39名が記述している。学生HYは、コンピュータ結果である「統計計算」モードの2変数(x,y)1次回帰計算、2変数(x,y)2次回帰計算の結果から得られる相関係数rの値に着目し、「|r|は $y=a \cdot x^b$ の方が大きく、1に限りなく近いため、『映像の明るさは投影距離の2乗に反比例する』と考えられる」と記述している(図18)。

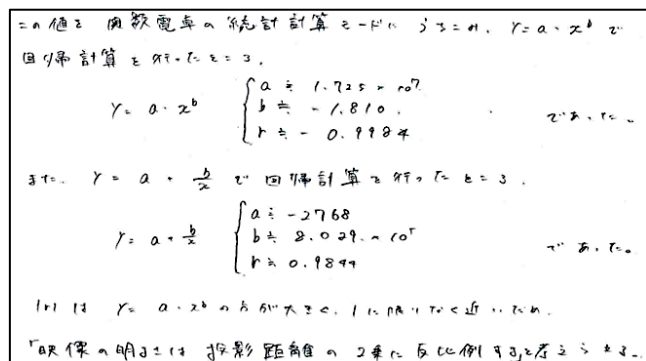


図18 学生HYが記述した反比例する関係が成り立つ根拠

また、学生HEは、2回の実験から得られた2種類のデータについて、コンピュータ結果である相関係数rの値に着目し、比較をおこなっている(図17)。具体的には、2種類のデータそれぞれについて、「統計計算」モードの2変数(x,y)1次回帰計算、2変数(x,y)2次回帰計算の結果を記述している(図19)。「このとき、 $y = a + bx$ に注目すると、12/7の実験の方が相関が高くデータのばらつきが少ない。投影距離が長くなると明るさは暗くなるため、 $y = a + bx$ の相関は-1に近似するはずである。よって12/7の実験結果がより正確で、式は $y = 4923.54 \cdot x^{-2.00269}$ になると考えられる。このとき、距離xと明るさyは0以上である。したがって、投影距離が2倍になると、明るさは約 $\frac{1}{4}$ になると考えられる。」と記述しており(図20)、2変数(x,y)1次回帰計算の相関係数が-1に近い12月7日のデータの方がより正確であると解釈している。

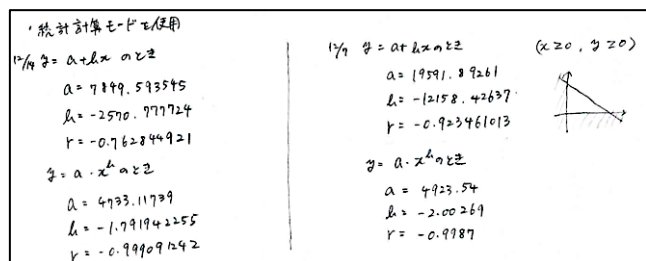


図19 学生HEが記述した回帰計算の結果一覧

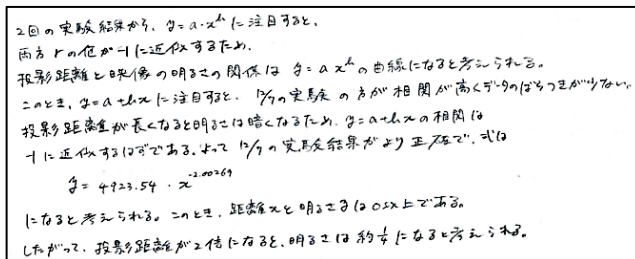


図20 学生HEが記述した2乗に反比例する関係が成り立つ根拠

さらに、学生IKは、2変数(x,y)2次回帰計算をA、2変数(x,y)1次回帰計算をBとして、投写画面の明るさは投写距離の2乗に反比例することを確かめていた(図21)。Aについては、回帰計算の結果を記述し、「xの指数部分が可変にして、より最適なモデルを構築した。-2乗に比例は妥当である」と記述している(図20)。また、Bについては、投写距離xの値から新たな値 $\frac{1}{x^2}$ を計算し、 $\frac{1}{x^2}$ と投写画面の明るさyの間に比例関係があることを確かめていた。「xのべきは2に固定。2の変換をすることで、関数電卓の機能におとし込む」と記述しているが、これは、「統計計算モード」による回帰計算には「 $y = a + \frac{b}{x^2}$ のモデルはない」ためであると考えられる(図22)。

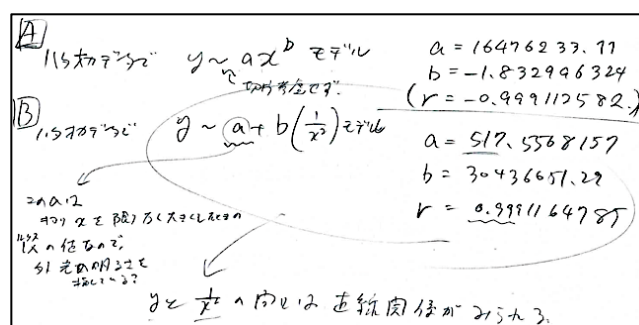


図21 学生IKが記述した2乗に反比例する関係が成り立つ根拠

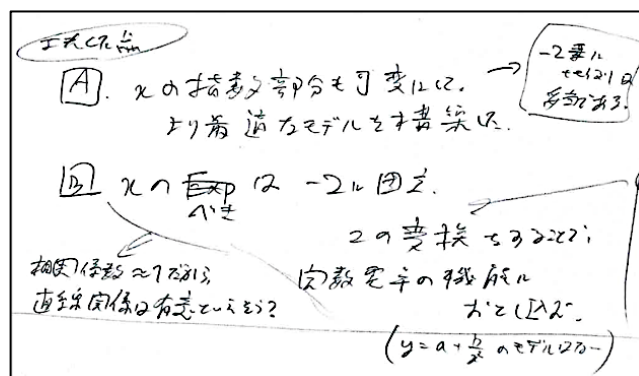


図22 学生IKが記述した「統計計算」モードで使用する関数を選択する際に工夫した点

3.2.4. 明確な関係を見出すことができない

明確な関係を記述しなかった学生は1名いた。学生KTは、2変数(x,y)1次回帰計算、2変数(x,y)対数回帰計算の結果を記述し、それらについて「rがほぼ『-1』になったが、このrの値が何を表しているのかがよくわからなかったです。」と記述している(図23)。

「rがほぼ『-1』になったが、このrの値が何を表しているのかがよくわからなかったです。」

図23 学生KTが記述した明確な関係を見出すことができなかった理由

4. 高等学校数学科のモデリング授業実践

2022(令和4)年12月13日、20日に埼玉県内国立大学附属高等学校の生徒18名を対象として授業実践をおこなった。12月13日は主に実験でデータの収集をし、12月20日は収集したデータをもとに、投写距離と投画面の明るさの関数関係の探究をおこなった。ここでは、生徒らの記述したワークシートをもとに、関数関係の探究の実際について述べる。生徒18名が記述した、投写距離と投画面の明るさの関数関係を分類すると、次の4つのタイプが見られた：比例する関係、反比例する関係、「 $y=a \cdot x^b$ 」の関係、明確な関係を見出すことができない。また、いずれの学生も関数電卓の「統計計算」モードによる回帰計算をおこなっていたため、以降は、どの回帰計算を使用しているかに着目する。

4.1. 比例する関係

比例する関係については、生徒3名が記述していた。学生SSは、べき乗回帰計算と1次回帰計算をおこなっていた。べき乗回帰計算について「rの値の絶対値が1に一番近かった」と記述し、1次回帰計算については「一次関数でわかりやすいと思った」と記述していた。1次回帰計算の結果をもとにグラフを作成し、結論として「点と直線の関係が一番書きやすかったため」比例する関係が成り立つと結論づけていた(図24)。コンピュータ結果として得られる相関係数rの値に着目し、その絶対値が1に一番近い計算タイプを選択した。

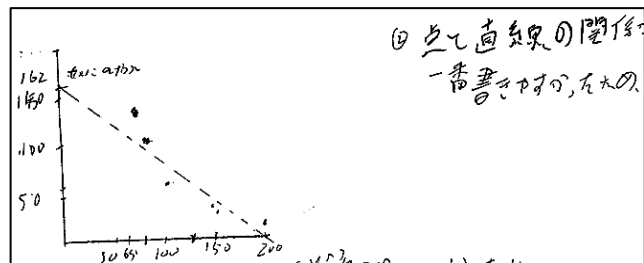


図24 学生SSによる比例関係が成り立つ根拠

4.2. 反比例する関係

反比例する関係については、生徒9名が記述していた。例えば、学生NYは、1次回帰計算、逆数回帰計算、べき乗回帰計算をおこない、それぞれの回帰計算の結果一覧をもとに、グラフを描いていた(図25)。

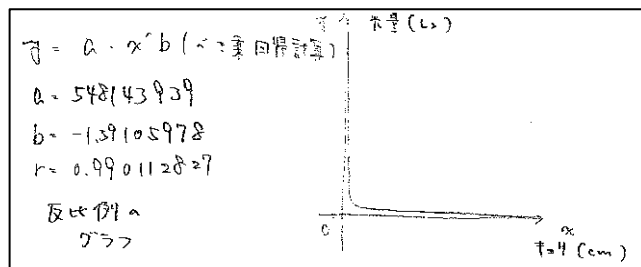


図25 学生NYによるべき乗回帰計算の結果とグラフ

また、「様々な統計計算をしていく中で大体の式が $r=1$ に近似しており、分散が少ないことが分かる。また、rが1にもっとも近いグラフが反比例であるため、長さや光量の関係は、反比例に近いことが分かった。」と記述していた(図26)。

様々な統計計算をしていく中で、大体の式が $r=1$ に近似しており、分散が少ないことが分かる。また、rが1にもっとも近いグラフが反比例であるため、長さや光量の関係は、反比例に近いことが分かった。

図26 学生NYによる反比例する関係が成り立つ根拠

4.3. 「 $y=a \cdot x^b$ 」の関係

「 $y=a \cdot x^b$ 」の関係については、生徒4名が記述していた。例えば、学生TKは、1次回帰計算、逆数回帰計算、べき乗回帰計算をおこない、それぞれの回帰計算の結果一覧をもとに、グラフを描いていた。「 $y=a \cdot x^b$ 」の関係が成り立つ根拠として「rを1に近づけるために統計計算のモードの色々な機能を使った。」「べき乗回帰計算が一番1に近かった。」と記述していた(図27)。

「rを1に近づけるために統計計算のモードの色々な機能を使った。」「べき乗回帰計算が一番1に近かった。」

図27 学生TKによる「 $y=a \cdot x^b$ 」の関係が成り立つ根拠

また、学生KUは1次回帰計算、2次回帰計算、対数回帰計算、指数回帰計算、ab指数回帰計算、べき乗回帰計算、逆数回帰計算の回帰計算結果を記述している(図28)。回帰計算結果にある相関係数に着目し、「rの値が1に近い $y=a \cdot x^b$ が正解」「計算のしやすさで見ると $y=a+b/x$ がやりやすい」と記述している(図29)。

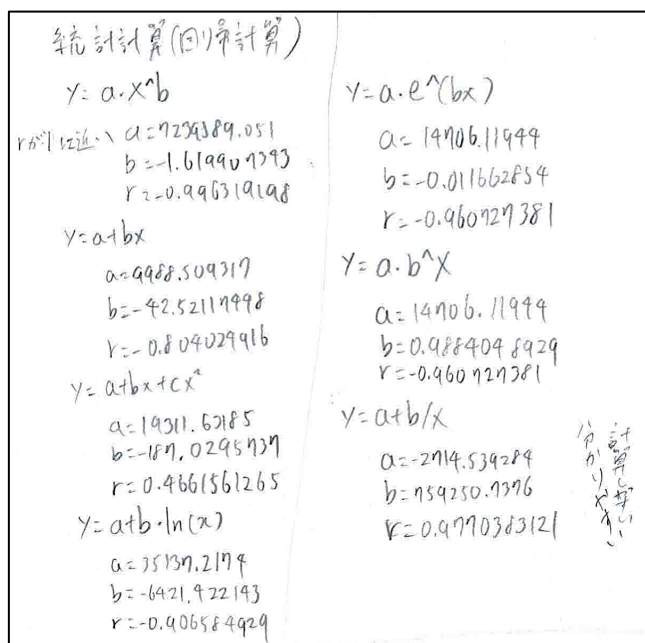


図28 学生KUが記述した7つの計算タイプによる回帰計算結果

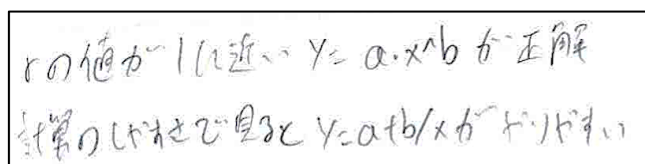


図29 学生KUが記述した2つの数量の間に成り立つ関数関係

4.4. 明確な関係を見出すことができない

明確な関係を記述しなかった生徒は2名いた。いずれの学生も「統計計算」モードの回帰計算の結果を記述し、結論を記述していなかった。生徒KTは、回帰計算結果から得られるコンピュータ結果が妥当であるか検討をしていた。具体的には、実験で収集したデータ(図30)をもとに、関数電卓の「統計計算」モードの1次回帰計算「 $y = a + bx$ 」を用いて回帰計算をおこなった。その後、回帰計算の出力結果(図31)から得られた回帰直線と収集したデータとの残差を求めた。

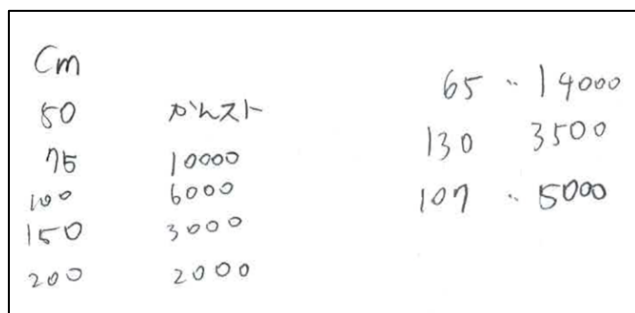


図30 生徒KTが実験で収集したデータ

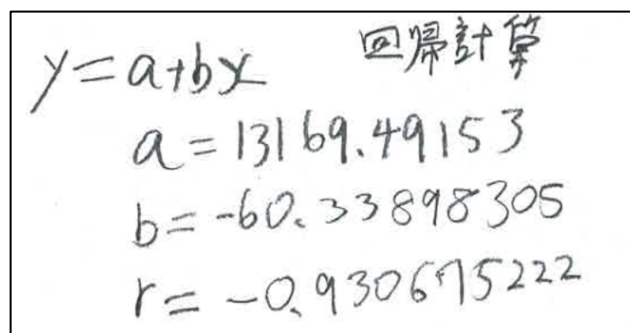


図31 1次回帰計算「 $y = a + bx$ 」の出力結果

その後、回帰計算の出力結果(図4)から得られた値をもとに、「 $y = -60x + 13169$ 」という線形モデルを作成した。作成した線形モデルに $x = 75$ を代入すると $y = 8669$ が得られ、収集したデータとの残差の値が1331となる。この値について「これ(照度計)の読みまちがいかも」と記述している(図32)。

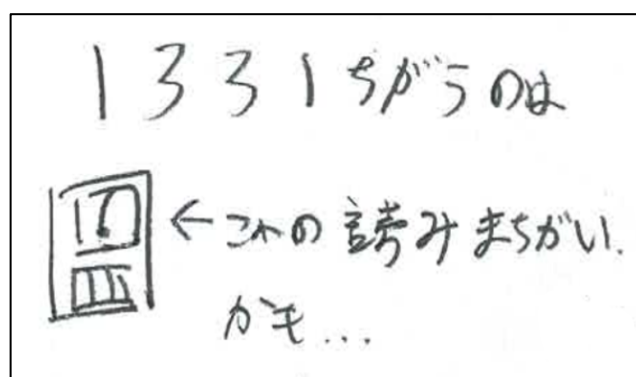


図32 生徒KTが記述した回帰直線とデータの残差が生じた理由

生徒KTは、投写距離と投写画面の明るさの関数関係を探究する際に、1次回帰計算「 $y = a + bx$ 」の出力結果から、収集したデータの線形モデルを作成し、線形モデルと元データとの残差を分析することで、線形モデル自体の妥当性について吟味している。

5. おわりに

本稿では、大学生対象のモデリングワークショップ及び高等学校数学科のモデリング授業実践において、モデリングサイクルにおけるコンピュータ結果に焦点を当てて、関数電卓使用を前提とする2乗に反比例する関数の探究の実際について述べた。全ての学生は「統計計算」モードの回帰計算機能からコンピュータ結果を得た。投写距離と投写画面の明るさの関数関係について、大学生59名が記述した、投写距離と投写画面の明るさに成り立つ関数関係を分類すると、次の4つのタイプが見られた: 比例する関係、反比例する関係、2乗に反比例する関係、明確な関係を見出すことができない。生徒18名が記述した、投写距離と投写画面の明るさに成り立つ関数関係を分類すると、次の4つのタイプとなった: 比例する関係、反比例する関係、「 $y = a \cdot x^b$ 」

の関係, 明確な関係を見出すことができない。モデリング授業実践において, 2 乗に反比例する関係が成り立つとした生徒はいなかった。予備実験で収集したデータからは, 投写画面の明るさは投写距離の 2 乗に反比例することを確認できていた (Yamamoto et al., 2022) けれども, 高等学校数学科のモデリング授業実践の実験で収集したデータにもとづく生徒らの考察結果は, 必ずしも, そのような関数関係とはならなかった。その要因として, 測定ミスやデータの精度が良くなかったこと, 回帰計算をおこなう際に関数電卓に入力するデータ数が少なかったこと等が挙げられる。

註. 本研究は, 埼玉大学がカシオ計算機株式会社と締結した受託研究「数学授業における関数電卓実用化とグローバル展開」(研究代表者: 松寄昭雄) の助成を受けている。

引用・参考文献

- Blum, W., & Leiß, D. (2007): Hoe do students and teachers deal with modelling problems?, In C Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical Modelling (ICTMA12): Education, Engineering and Economics*, p.225, Horwood
- Greefrath, G. (2011). Using technologies: New possibilities of teaching and learning modelling Overview. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman. (Eds.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling: ICTMA 14* (pp.301-304). Springer.
- Greefrath, G., Siller, H. S., & Weitendorf, J. (2011): Modelling considering the influence of technology, In G. Stillman. (Eds.) *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling: ICTMA 14* (pp.316). Springer.
- 国立教育政策研究所教育課程研究センター (2015) 『平成 27 年度中学校 全国学力・学習状況調査の結果を踏まえた授業アイデア例』 pp.9-10 (<https://www.nier.go.jp/jugyourei/h27/pdf/m.pdf> 2024.2.2 最終確認)
- 松寄昭雄 (2011) 「数学科の教材からみた理科との関連—光の明るさを題材とした教材の取扱いを事例として—」『2011 年度数学教育学会秋季例会予稿集』 pp.132-134
- 松寄昭雄 (2015) 「『尋常小算術』(緑表紙教科書)における教材『電燈』の取扱い」『2015 年度数学教育学会夏季研究会(関東エリア)発表論文集』
- 松寄昭雄 (2015) 「残差分析によるデータ間の関係の読み取り—表計算ソフトを利用した線形変換を通じて—」『日本数学教育学会誌』第 93 巻 第 11 号 pp.35-38
- 文部科学省・国立教育政策研究所 (2015) 『平成 27 年度全国学力・学習状況調査 報告書: 中学校数学—一人一人の生徒の学力・学習状況に応じた学習指導の改善・充実に向けて—』 pp.100-106 (<https://www.nier.go.jp/15chousa/kekkaoukoku/report/data/mm.math.pdf> 2024.2.2 最終確認)
- Yamamoto, Y., Hara, K., & Matsuzaki, A. (2022, December). Towards the development of teaching materials for functions of inverse proportion to the square on the premise of using scientific calculator: Through an experiment by measuring the brightness of the projector light. Oral Presentation at 10th International Conference of Research on Mathematics and Science Education in 2022. Online.
- 山本柚・原健太郎・松寄昭雄 (2023) 「関数電卓使用を前提とする 2 乗に反比例する関数の授業構想に向けて—『プロジェクター』問題を題材とした大生徒対象のワークショップの実践報告—」『2023 年度第 27 回数学教育学会大学院生等発表会予稿集』 pp.90-95
- 山本柚・松寄昭雄 (2023) 「数電卓使用を前提とする 2 乗に反比例する関数の探究の実際に関する一考察—プロジェクターの投写距離と投写画面の明るさの関係に着目した高校数学授業—」『2023 年度数学教育学会秋季例会予稿集』 pp.124-126
- Yamamoto, Y., & Matsuzaki, A. (2023). Differences in interpretation of computer results in the modelling cycle with added computer model: The 21st International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications. Awaji.
- Yamamoto, Y., & Matsuzaki, A. (2023). Facets of Student's Modelling Process in Modelling Cycle with Added Computer Model: Focusing on Inquiry of Functional Relationship Inverse Proportion to the Square. Oral Presentation at 11th International Conference of Research on Mathematics and Science Education in 2023. Online.