

算数の授業におけるユニバーサルデザインに関する研究 —数直線を用いた学習に着目して—

自然科学系教育サブプログラム（算数・数学）

木村 友香

【指導教員】 二宮 裕之 西澤 由輔 松原 和樹
【キーワード】 算数科授業 ユニバーサルデザイン 通常学級 数直線

1. はじめに

数直線を用いた学習を行う授業を見学した際に、児童が数直線を使いこなせていない様子を目の当たりにした。たしかに数直線を用いた学習は小学校6年間のさまざまな単元で行われるが、どのように使うか、どんな場面で使うかといった数直線の具体的な役割や活用方法、活用場面についての指導がされることは少ないように思う。そのため数直線を使いこなせない児童が多くいるのだと考える。数直線を用いることで、問題の内容や考えを焦点化し、問題場面の状況や数値としての情報を視覚化することができるため、問題解決や概念形成において有効な方法であると考え。そのような優れた方法である数直線のよさが児童に伝わることを目指したいと考え、本研究に至った。

本研究の目的は、数直線の役割と、児童の数直線の使いづらさの原因を明らかにし、指導の方法について考察することである。まずは数学的表現について押さえ、数直線を用いる目的を明らかにする。その上で、数直線を用いる目的ごとの数直線の役割を明確にし、ユニバーサルデザインの視点から数直線について考える。「数直線で学ぶこと」と「数直線を学ぶこと」に焦点を当て、数直線を用いた学習の指導について考察する。

2. ユニバーサルデザインについて

ユニバーサルデザインとは「あらかじめ、障害の有無、年齢、性別、人種等にかかわらず多様な人々が利用しやすいよう都市や生活環境をデザインする考え方」である。また、インクルーシブ教育について、堀田・吉岡(2021)は、「誰一人排除されない『一人一人を丁寧に』を基本とした人間の多様性の尊重の強化、障害者が精神的及び身体的な能力等を可能な最大限度まで発達させ、自由な社会に効果的に参加することを可能とする目的の下に、『皆で一緒に学ぶ』を大切にす、障害のある者となない者が共に学ぶ『万人のため』の教育の仕組みを指すと考えられている。」(p.75)と述べている。このことから、さまざまな児童・生徒が共

に過ごす学校教育においてもインクルーシブ(包括的)な学習環境が求められているといえる。そのため、算数が得意な児童、苦手な児童を含め、全員で学べる環境をデザインするという、ユニバーサルデザインの考え方を用いて授業を作ることが重要であると考え。さらに、日本授業UD学会では、授業のユニバーサルデザインを「特別な支援が必要な子を含めて、通常学級におけるすべての子が楽しく学び合い『わかる・できる』ことを目指す授業デザイン」と定義している。授業にユニバーサルデザインの考え方を取り入れることで、できるだけ多くの児童が学習に参加し、楽しく学習に向かえるような学習環境を整備することを目指したいと考える。

伊藤(2016)は、「『イメージする活動をもとに、数学的な見方・考え方を育む』ことを目標として、焦点化、視覚化、共有化という3つの要件で授業をデザインしていくとよい」(p.88)と述べ、授業をユニバーサルデザインにするためのポイントを「焦点化」「視覚化」「共有化」の3つにまとめている。1つ目の「焦点化」によって、学習のねらいを1つに絞ることで学習の見通しが持てたり、まとめを児童で行わせることによって考え方が児童にとって最もわかりやすい表現になったり、児童の活動をシンプルにすることで何をするか迷うことなく活動に集中することができる。2つ目の「視覚化」によって、問題の内容を目で見える形で表すことで文章読解によるつまづきをなくしたり、図などを使って考え方を可視化して表すことで既習内容との相違点が明確になり既習内容を生かした学習ができる。3つ目の「共有化」によって、いろいろな意見をもとに考えることで仲間の意見に納得したり新たな発見をしたりして、考えをより深くしたり広げたりすることができる。この3つのポイントを有効に使い、児童の学習に集中できる環境を整えることで、すべての児童にとってわかりやすい授業に近づけることができると考える。

3. 数直線について

数直線で表すことは、数学的表現の1つである。まずは数学的表現について確認する。

表現についての代表的な研究としてブルナーのEIS原理がある。子どもの認知様式や思考様式は、表現方法に着目して次の3つに分けられ、①から順に発達していくと述べられている。

①行動的表現 (Enactive Representation) : 手や身体、学習具などを用いた表現

②映像的表現 (Iconic Representation) : 絵や図などを用いた表現

③記号的表現 (Symbolic Representation) : 言語や記号を用いた表現

(ブルナー, 1966)

このブルナーの研究は教科を特定したものではないため、いろいろな学習に適用できる。その反面、算数・数学における表現の特性や固有性は考えられていないため、算数教育から見た場合にはその原理の適切性や有効性に検討の余地があると考えられる。そこで、中原(1995)はEIS原理を手がかりに、算数・数学における様々な表現様式を以下のように示した。

現実的表現 (Realistic Representation) : 実世界の状況、実物による表現。具体物や実物による実験などはここに含める。

操作的表現 (Manipulative Representation) : 具体的な操作的活動による表現。人為的加工、モデル化が行われている具体物、教具等に動的操作を施すことによる表現。

図的表現 (Illustrative Representation) : 絵、図、グラフ等による表現。

言語的表現 (Linguistic Representation) : 日本では日本語、米国・英国等では英語など、各国の日常言語を用いた表現。または、その省略的表現。

記号的表現 (Symbolic Representation) : 数字、文字、演算記号、関係記号など数学的記号を用いた表現。

(中原, 1995, pp.199-200)

これらをブルナーのEIS原理に対応させると以下のようなになる。

(E1) 現実的表現 : 自然的、具体的で動的な類似的表現

(E2) 操作的表現 : 人工的、半具体的で動的な類似的表現

(I) 図的表現 : 静的な類似的表現

(S1) 言語的表現 : 日本語文法に従う規約的表現

(S2) 記号的表現 : 数字語文法に従う、完成された規約的表現

(中原, 1995, p.205)

さらに、これらは中原(1995)によって以下の図のように体系化されている。

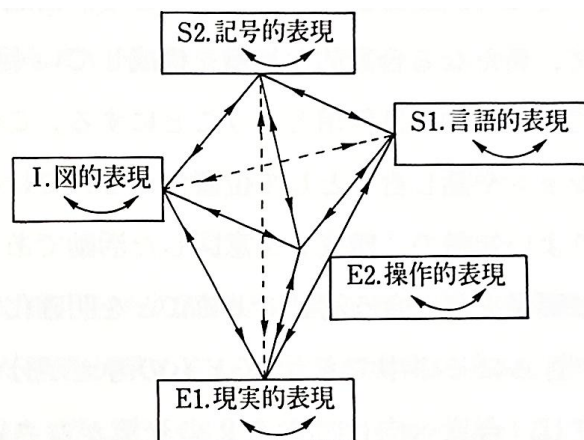


図1 数学教育における表現体系

(中原, 1995, p.205)

図1の読み取り方として、中原(1999)は「下から上へがブルナーのいう「E→I→S」の認知発達の順序になっており、両方向の矢印は表現相互の変換を、また表現様式内の矢印は同一表現様式内の変換を、それぞれを表している。」(p.29)と述べている。認知発達がE→I→Sの順に進むことから、発達の順に沿った表現の指導が求められると考える。さらに、表現様式間、表現様式内の矢印が両方向に向いており表現方法を変換する力が求められていることから、一つの問題解決の仕方を異なる表現方法で表せることを理解し、場面に応じて使い分けることが大切だと考える。

中原(1995)の定めた5つの数学的表現について、それぞれの表現様式を、日本数学教育学会(2018)を参考に以下のようにまとめる。(pp.39-40)

E1の現実的表現は、実物を用いて現実にも即した操作や実験をするものである。現実の世界に近い状況を作ることによって、問題の意味や考え方を理解しやすくするはたらきがある。特に、発達段階により現実の世界での学びを大切にしている低学年では、問題を提示する場面や考え方を説明する場面で、現実に近い状況としてイメージさせることで児童の理解の大きな助けになる。

E2の操作的表現は、おはじきやブロックなどの半具体物をモデルとして操作する表現である。操作しながら事象を動的に捉えることで、問題の意味の理解や考えの整理、修正、試行錯誤をしやすくするはたらきがある。具体的である現実的表現(E1)と、抽象的である

言語的表現(S1)や記号的表現(S2)を結ぶはたらきをしており、具体から抽象への思考の変換を助けることができる。

Iの図的表現は、絵、図、グラフなどによる表現である。問題の情景や数量関係、問題解決の結果、結果を求める手順を表すことで、問題の状況や情報を整理したり、考えやすくしたりするはたらきがある。図的表現によって、具体レベルの絵から、操作的表現とほぼ同様の内容を図で表現した半具体レベルの図(テープ図、線分図、数直線など)、関数グラフのような抽象的な図まで、幅広いレベルでさまざまな内容について視覚化することができる。

S1の言語的表現は、日常言語を用いた表現である。内言語としての思考の様相を表出するはたらきがある。日常言語を用いていることから、意味を明確化して伝達する機能に優れているため、言語的表現とほかの表現との相互の読み換えが重視される。自己内対話によって思考の内容を明確化、整理し、伝達する図や数式の意味や考えの説明を書いたり話したりすることで、自らの考えをより深めることができる。

S2の記号的表現は、数字、文字、演算記号、関係記号などの記号を用いた数学的文章(式)による表現である。一定の決まり(いわば数学的文法)にしたがって用いられ、このきまりの多くが世界共通のもののため、算数における記号的表現は国際語としての機能を果たす。思考の過程や結果などを簡潔に、厳密に表現できるという特徴をもっており、式を用いることにより具体的な意味を離れてものごとを形式的に処理することができる。

その中でも本稿では「I. 図的表現」の中の「数直線」について検討する。まずは、数直線の意味について整理する。

日本数学教育学会(2018)は、数直線の説明として、「数直線は数のモデルの一つで、数についての性質や関係を直観的にとらえやすくするはたらきがある。」(p.44)と述べ、「数直線上の点で、数の代数的・順序的・位相的などの性質が直観的に理解される。数直線は実数の集合と同一視され、整数・小数・分数などの概念形成や、その演算・大小関係・離散性・稠密性の理解を深めることができる。」(p.44)と述べている。数直線は図的表現の一つであり、図によって直観的に児童の数概念を形成したり、数量関係を把握したりできるのだとわかる。図的表現には数直線以外にもいろいろな表現の仕方がある。日本数学教育学会(2018)は、図的表現について「低学年に見られる具体レベルの絵から、操作的表現とほぼ同様の内容を図で表現した半具体レベルの図(テープ図、線分図、面積図、数直線など)、

関数グラフのような抽象的な図まで様々である。表現内容についても、問題場面の情景を表す、問題場面の数量の関係を表す、結果を表す、結果を求める手順を表すなど幅広く考えられる。」(p.39)と、表現の方法や表現の内容の幅広さについて述べている。数直線を理解する前に、現実により近い半具体物レベルから発展させて数直線を捉えていくことで抽象的な図の理解が進むといえる。そこで本稿でも数直線だけにとどまらず、数直線を捉える上で重要になるであろう半具体物レベルの図や、その図を表すのに関係する表現様式にも着目して検討していく。

そのように幅広く対応できるといわれている数直線を利用する目的から考えると、数直線には2つの役割があると考ええる。その役割とは、「数概念の形成」と「数量関係の把握」である。

I. 「数概念の形成」を目的とした数直線の利用

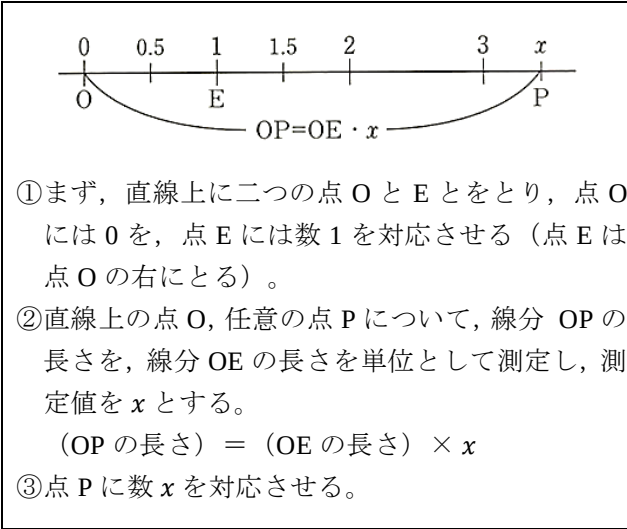
算数科教育学会(2018)は、数概念を育てる方法の一つとして数の大きさを視覚化できる数直線による指導は重要であると述べ、数直線の形として「一点Oを端点とする半直線をつくり、目的に応じて単位の長さを適当に定め、Oから等間隔に区切り、Oに0を、そして各分点に1, 2, 3……と順に目盛ることによって、整数が数直線の上の点として表現される。」(p.69)と述べている。このような使い方による学習は、第1学年の「かずのせん」での数の学習から始まっている。ここでの数直線は、等間隔な目盛りに数を1ずつ増加させて当てはめることで数の順番や大小関係などの数の概念を認識するために重要である。さらに学年が上がり、小数、分数の学習へと進んでいった際にも、算数科教育学会(2018)の述べる「この各分点間を10等分、100等分、……と細分することにより、同じ数直線上の点に小数を対応させることができる。また、 $\frac{a}{b}$ という分数については、Oとaに対応する目盛りの間をb等分した最初の分点を対応させることによって、分数も同じ数直線上の点によって表現することができる。」(p.69)ということから、数直線の目盛りを均等に並べることが数の概念形成のために重要であり、数直線を使った学習によって数の離散性と稠密性についても理解しやすくなることがわかる。均等に並べられた目盛りに小数や分数の数値を書き込んで考えることで、数の大小関係や相等が視覚的に判断できる。

このことから、「数概念の形成」を目的とした数直線の特徴は、「目盛りが均等に並ぶ」ということである。数の順番や大小関係、相等を視覚的に捉えることができること、整数・小数・分数のすべてについても表すことができることがよさである。さらに、数の概

念について視覚的に捉えられることで数の感覚を身につけることができると考える。

Ⅱ. 「数量関係の把握」を目的とした数直線の利用

算数科教育学研究会(2018)は、数直線を使う機会として「乗法と除法の意味を理解し、演算決定を行ったり計算の仕方を考えたりするために数直線上の対応関係を用いることがある。」(p.42)と述べている。算数科教育学研究会(2018)は小数と分数の乗除法を例に挙げ、「数量関係は数直線に表すことで明確になる。」(pp.57-58)と述べている。このことから、数直線を用いることで数量関係を把握でき、演算決定の助けとなったり、計算方法の意味を理解したりできることがわかる。さらに日本数学教育学会(2018)は「一つの直線を横にかき、次のような方法で、その上の点に数を対応させたとき、この直線を数直線という。」(p.44)と述べている。方法については以下のように説明している。



この説明から数直線の読み取り方として、原点からの任意の点までの線分の長さを量として見るということが求められているということがわかる。

しかし、いきなり数直線を学習すると現実の世界とかけ離れているため、量として見るのが難しいと考える。数直線から量としてのイメージを読み取るためには、段階を踏んで指導することが重要である。段階を踏んで丁寧に指導することで、量のイメージをしやすい現実に近い状態から、線分図や数直線という端的な状態に変わっても量をイメージしながら図を見ることができるようになる。そのために、図 2 のように図の変化を小刻みにし、表し方が変わっただけで、図で伝えたい内容は変わっていないことを感じさせることが有効であると考ええる。

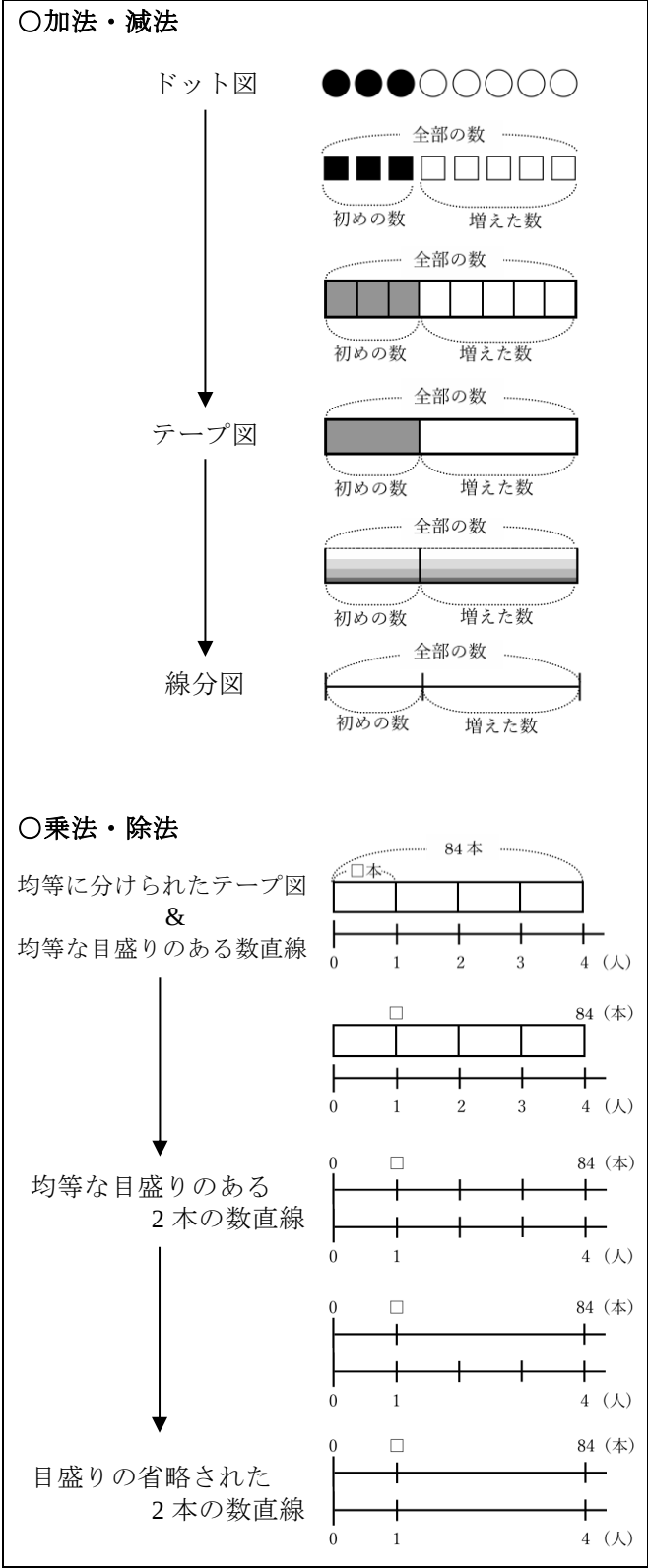


図 2 数直線指導の段階

線分図と数直線の違いは、線分図は線分の長さで量を表しているのに対し、数直線は直線上の点の位置で数を表していることである。日本数学教育学会(2018)は「線分図は、問題の中の数量を線分の長さで表し、未知の数量も含めて、数量と数量の関係を視覚を通してとらえやすくした図である。」(p.221)と述べている。

図 2 で提示したすべての図において、量としてみる

ことが重要であるといえる。段階を踏んだ丁寧な指導を行うことで、数直線という数が強調された形をした図でも書き込まれた値を量として見ることができ、その上で数を使って計算することができるのである。

さらに、日本数学教育学会(2018)は線分図の指導の留意点として「線分図では、長さの割合が多少違っていても差し支えない。(中略)気軽に図をかいて考え、説明することを主眼とする。」「問題の中の数量を明確におさえてから図をかくようにさせる。(中略)関係する数量を抽出させ、既知の数量、未知の数量を明らかにする。なお、線分図を使って考えが行き詰まったときは、もとの問題にかえってもう一度見通しを立て直すことが大切である。」(p.221)と述べており、数量関係の把握を目的とした線分図において、線分の長さの正確さではなく、数量関係の正確さを求めている。この考えは、線分図に限らず、数直線も含めた数量関係の把握を目的とした図的表現にもいえるだろう。

4. 数直線のユニバーサルデザイン性

(1) 数直線で学ぶことのユニバーサルデザイン性

数直線を用いて学習することについて「焦点化」「視覚化」「共有化」の視点から考える。算数科教育学会(2018)の述べる「数直線上の点で、数の代数的・順位的・位相などの性質が直観的に理解される。数直線は実数の集合と同一視され、整数・小数・分数などの概念形成や、その演算・大小関係・離散性・稠密性の理解を深めることができる。」(p.44)ということから、授業での問題解決の活動で数直線を用いることで、数の概念を相対的に捉えることができたり、問題場面の状況や数値としての情報を「視覚化」することができるといえる。また、日本数学教育学会(2018)の述べる、「図的表現は、数学的な構造を明確化したり、算数に関する知識や考え方などの内容を具体から抽象までの幅広いレベルに対応して、イメージ化・視覚化して伝えたりするはたらきがある。」(p.39)ということから、問題解決の活動において問題の内容を「焦点化」できるといえる。さらに、数直線などの図的表現を用いることは自分の考えを相手に説明しやすくなると考える。その点で、数直線は全員で学ぶことを第一に考えている授業のユニバーサルデザインののための「共有化」のしやすさにも合致している。このことから、数直線を用いて学習することは、「すべての子が楽しく学び合い『わかる・できる』ことを目指す授業デザイン」を実現する方法の一つであると考えられる。

そして、そもそも数直線を用いて学習するには、「数概念の形成(I)」や「数量関係の把握(II)」のための

図的表現の仕方について学ぶ必要がある。

(2) 数直線を学ぶことのユニバーサルデザイン性

そこで、数直線などの図的表現の仕方を学ぶことについて「焦点化」「視覚化」「共有化」の視点から考える。まず小学校における数直線の2つの役割の関係を明確にする。

先述したとおり、数直線には「I. 数概念の形成」と「II. 数量関係の把握」の役割がある。小学校算数で学ぶ中での、数直線の活用方法としてのゴールは、「数量関係を正確に捉え、適切に考えられるようになること」(II)だと考える。数量関係を正確に捉えるために、まずは数と量の概念を正しく認識する(I)必要がある。このことから、数直線の活用のためには「数概念の形成(I)によって正しく数を認識し、その上で数量関係を正確に把握(II)して適切に処理する」ことが求められると考える。つまり児童の多い比例関係の学習では、たとえ数の認識としての数概念が正しく形成されていたとしても、学年が上がるにつれて数量の関係が複雑になっていくことで、数量関係を正確に把握することやそれを用いて適切に考えることが難しくなる。そのようなことから、比例関係のある問題解決において、数直線で問題場面の状況や数値としての情報を表すことができない児童が増えるのだと考える。

その原因として、①「問題場面の状況や数値としての情報を図で整理することに慣れていないこと」と、②「数直線の『数概念の形成』や『数量関係の把握』という役割の違いに困惑していること」が考えられる。

①の「問題場面の状況や数値としての情報を図で整理することに慣れていないこと」への手立てとして、低学年のうちから状況や数値を図に表すことについて指導することが重要であると考えられる。

先ほど述べたように、数量関係の把握のための図的表現には、図2のような段階的な指導が必要であり、ドット図から始まり、ドットが省略されてテープ図となり、テープが細くなって線分図となり、線分が拡張して数直線となるというように、図の変化の段階を細かくすることで量の意識を高める効果がある。さらに児童のつまづきとして、操作的表現から図的表現になる段階でのドット図やテープ図の理解がしづらいことも考えられる。そこで、先述した図的表現における数直線指導の段階(図2)に、現実的表現や操作的表現とのつながりを加えたものを設定した(図3)。まずは現実的表現から始まり、半具体物を用いた操作的表現、その半具体物の操作を図で表しドット図、テープ

○加法・減法

現実的表現

操作的表現

図的表現

ドット図

テープ図

線分図

図3 量を意識させる数直線指導の段階

さらに、数直線の段階での指導の際には、数直線の直線部分に沿って色線を引くことで、数直線を量として見やすくなると考える。原点から目盛りのある点までの線分の長さを色で表すことで量として捉えやすくなる。これは、それまでに数直線を量として捉えることが定着していない児童にとっては数直線を用いて適切に考えるためのスタートを地点に立つことができるようになり、既に数直線を量として捉えられている児童にとってもより具体的なイメージを持ったり、より相手に分かりやすく説明したりできるようになる。この色線による支援は、佐藤（2015）の述べる「通常学級のユニバーサルデザインは発達障害を含む配慮を要する子どもには『なくてはならない支援』であり、どの子どもにも『あると便利で・役立つ支援』である。」と合致していると考ええる。

②の「数直線の『数概念の形成』や『数量関係の把握』という役割の違いに困惑していること」への手立てとして、児童に数直線の役割が2つあることに気づかせ、2つの数直線の違いを明確にさせるような指導をすることができると考える。

数直線の役割が2つあることに気づくまでのプロセスをたどるために小学校の教科書に掲載されている数直線と数直線に関する図的表現を見ていく。多くの会社の教科書で掲載されている単元と、その順番に着目して見てみると、

第1学年	数の線(I)
	大きな数(I)
第2学年	足し算・引き算の筆算(II)
	3桁の数(I)
	図を使って考える(II)
	4桁の数(I)
	分数(I)
第3学年	大きな足し算・引き算の筆算(II)
	大きなかけ算・わり算の筆算(II)
	5桁の数(I)
	小数(I)
	小数と分数(I)
	分数の足し算・引き算(II)

と、役割のⅠとⅡが交互にくるような順番で学習が進む。表現の仕方としては、Ⅰでは初めから数直線を用いて数の概念を学んでいくのに対して、Ⅱで図2での指導の順と同様に、初めはドット図からスタートし、テープ図、線分図と、次第に抽象化され、第4・5学年ごろに数直線で表す方法が取り上げられていた。そのことから、どちらの目的で使うのかというⅠとⅡの役割の違いについてのつまずきは、「数直線」という1

つの言葉に対して、2つの役割があると知った4・5年生ごろに生まれやすいと考えられる。その後さらに学習が進むにつれて、数直線を頼りに計算したり立式したりする場面が増えるため、数直線での表し方についての確実な理解は大切である。

指導の方法として、問題場面の状況や数値としての情報を表す数直線が初めて登場した際に、今まで使ってきた数直線と役割が違うということを伝える必要があると考える。これによって違いが明確になることで、役割の違いに対する困惑は薄れるだろう。具体的には、最低限の目盛りのみで比例関係をもとに考えた意見と、均等な目盛りをふった数直線から考えた意見を取り上げ、それぞれのよさや、よさの内容を生かして使うとよいタイミングを考える活動を行うのがよいと考える。2つの数直線を見比べ、目盛りを置いた場所は異なるけれど説明や計算としては成立していることを児童と共有する。その上で、それぞれの考え方ごとのよさについて考え、それぞれの数直線の使うのにより優れたタイミングを考える。その際、話し合いの内容を黒板に残していくことも、議論を視覚化し、多くの児童が授業に参加できるようにするために重要である。数直線の役割について児童に考えさせる活動を通して、数直線の役割は1つではないことを体感でき、その違いをみんなで明確にしていくことで、児童にとっての数直線を使うことでの困惑を減らすことができると考える。

5. おわりに

本研究の成果として、数直線には「Ⅰ. 数概念の形成」と「Ⅱ. 数量関係の把握」の2つの役割があることが明らかになった。また、小学校算数で学ぶ中での数直線の活用方法としてのゴールは、「数量関係を正確に捉え、適切に考えられるようになること」(Ⅱ)だと考える。数量関係を正確に捉えるために、まずは数と量の概念を正しく認識する(Ⅰ)必要であり、このことから数直線の活用のためには「数概念の形成(Ⅰ)」によって正しく数を認識し、その上で数量関係を正確に把握(Ⅱ)して適切に処理する」ことが求められると考えた。さらに、授業のユニバーサルデザインのポイントでもある「焦点化・視覚化・共有化」の視点で数直線を見ることで、数直線で学ぶよさを感じた反面、数直線を学ぶことへの難しさが明らかになった。児童の数直線の使いづらさは、「問題場面の状況や数値としての情報を図で整理することに慣れていないこと」、「数直線の『数概念の形成』や『数量関係の把握』という役割の違いに困惑していること」が原因だと考察した。

数直線の指導は、学年を越えた図的表現の指導が必要なため、担任をまたいだ指導が必要になることに指導のしづらさがあると考え。そのやりづらさを少しでも軽減させるためにも、段階を正確にすることが重要である。今後の課題としては、数直線指導の段階をより正確なものにするため、小学校での実践を通して指導の段階の修正を行ったり、図的表現の理解を測る指標についての検討を進めていきたい。

引用および参考文献

伊藤幹哲(2016). 特別支援的な視点をもとにして、クラス全員がわかる・できる算数授業をデザインする. 桂聖, 石塚謙二(編著). 授業のユニバーサルデザイン Vol.6(pp.86-93). 東洋館出版社.

小山正孝他 30 名(2019). しょうがくさんすう 1①. 日本文教出版.

小山正孝他 30 名(2019). しょうがくさんすう 1②. 日本文教出版.

小山正孝他 30 名(2019). 小学校算数 2 上. 日本文教出版.

小山正孝他 30 名(2019). 小学校算数 2 下. 日本文教出版.

小山正孝他 30 名(2019). 小学校算数 3 上. 日本文教出版.

小山正孝他 30 名(2019). 小学校算数 3 下. 日本文教出版.

小山正孝他 30 名(2019). 小学校算数 4 上. 日本文教出版.

小山正孝他 30 名(2019). 小学校算数 4 下. 日本文教出版.

小山正孝他 30 名(2019). 小学校算数 5. 日本文教出版.

小山正孝他 30 名(2019). 小学校算数 6. 日本文教出版.

佐藤慎二(2015). 実践 通常学級ユニバーサルデザインII—授業づくりのポイントと保護者との連携. 東洋館出版社.

算数科教育学会(2018). 新編 算数科教育研究 改訂版. 東洋館出版社.

清水静海(2019). わくわくさんすう 1 すたあとぶっく. 啓林館.

清水静海(2019). わくわくさんすう 1. 啓林館.

清水静海(2019). わくわく算数 2 上. 啓林館.

清水静海(2019). わくわく算数 2 下. 啓林館.

清水静海(2019). わくわく算数 3 上. 啓林館.

清水静海(2019). わくわく算数 3 下. 啓林館.

清水静海(2019). わくわく算数 4 上. 啓林館.

清水静海(2019). わくわく算数 4 下. 啓林館.

清水静海(2019). わくわく算数 5. 啓林館.

清水静海(2019). わくわく算数 6. 啓林館.

相馬一彦他 28 名(2019). たのしいさんすう 1 ねん①. 大日本図書.

相馬一彦他 28 名(2019). たのしいさんすう 1 ねん②. 大日本図書.

相馬一彦他 28 名(2019). たのしい算数 2 年. 大日本図書.

相馬一彦他 28 名(2019). たのしい算数 3 年. 大日本図書.

相馬一彦他 28 名(2019). たのしい算数 4 年. 大日本図書.

相馬一彦他 28 名(2019). たのしい算数 5 年. 大日本図書.

相馬一彦他 28 名(2019). たのしい算数 6 年. 大日本図書.

坪田耕三他 33 名(2019). しょうがくさんすう 1. 教育出版.

坪田耕三他 33 名(2019). 小学算数 2 上. 教育出版.

坪田耕三他 33 名(2019). 小学算数 2 下. 教育出版.

坪田耕三他 33 名(2019). 小学算数 3 上. 教育出版.

坪田耕三他 33 名(2019). 小学算数 3 下. 教育出版.

坪田耕三他 33 名(2019). 小学算数 4 上. 教育出版.

坪田耕三他 33 名(2019). 小学算数 4 下. 教育出版.

坪田耕三他 33 名(2019). 小学算数 5. 教育出版.

坪田耕三他 33 名(2019). 小学算数 6. 教育出版.

中原忠男(1998). 算数・数学教育における構成的アプローチの研究. 聖文社.

中原忠男(1999). 構成的アプローチによる算数の新しい学習づくり. 東洋館出版社.

日本数学教育学会(2018). 算数教育指導用語辞典 第五版. 教育出版.

一松信他 59 名(2019). みんなとまなぶさんすう 1 年上. 学校図書.

一松信他 59 名(2019). みんなとまなぶさんすう 1 年下. 学校図書.

一松信他 59 名(2019). みんなと学ぶ算数 2 年上. 学校図書.

一松信他 59 名(2019). みんなと学ぶ算数 2 年下. 学校図書.

一松信他 59 名(2019). みんなと学ぶ算数 3 年上. 学校図書.

一松信他 59 名(2019). みんなと学ぶ算数 3 年下. 学校図書.

一松信他 59 名(2019). みんなと学ぶ算数 4 年上. 学校図書.

一松信他 59 名(2019). みんなと学ぶ算数 4 年下. 学校図書.

一松信他 59 名(2019). みんなと学ぶ算数 5 年上. 学校図書.

一松信他 59 名(2019). みんなと学ぶ算数 5 年下. 学校図書.

一松信他 59 名(2019). みんなと学ぶ算数 6 年上. 学校図書.

一松信他 59 名(2019). みんなと学ぶ算数 6 年下. 学校図書.

藤井斉亮他 84 名(2019). あたらしいさんすう 1①. 東京書籍.

藤井斉亮他 84 名(2019). あたらしいさんすう 1②. 東京書籍.

藤井斉亮他 84 名(2019). 新しい算数 2 上. 東京書籍.

藤井斉亮他 84 名(2019). 新しい算数 2 下. 東京書籍.

藤井斉亮他 84 名(2019). 新しい算数 3 上. 東京書籍.

藤井斉亮他 84 名(2019). 新しい算数 3 下. 東京書籍.

藤井斉亮他 84 名(2019). 新しい算数 4 上. 東京書籍.

藤井斉亮他 84 名(2019). 新しい算数 4 下. 東京書籍.

藤井斉亮他 84 名(2019). 新しい算数 5 上. 東京書籍.

藤井斉亮他 84 名(2019). 新しい算数 5 下. 東京書籍.

藤井斉亮他 84 名(2019). 新しい算数 6. 東京書籍.

ブルーナー, J.S., 田浦武雄・水越敏行(訳) (1966). 教授理論の建設. 黎明書房.

堀田千絵・吉岡尚孝(2021). 教育におけるユニバーサルデザインアプローチの動向(1). 人間環境学研究, 19, 2, 73-81. <https://doi.org/10.4189/shes.19.73>