

サイ・テック 知と技の発信

【55】

埼玉大学・理工学研究の現場

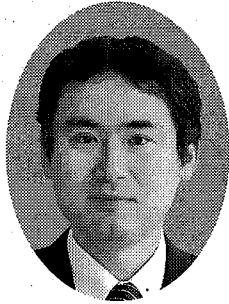
展開図というと、小学校の算数の時間に、立方体や直方体の箱を切り開いたの思い出される方が多いと思います。展開図は、単に頭の体操というだけでなく、私たちの身の周りのさまざまな場面に現れます。

ケーキやお菓子の箱は、その一例です。また、携帯電話を賣うと、箱に付属品と一緒に詰めてありますが、その間仕切りを分解してみると、ボール紙を器用に折り返してあることが分かります。また、板金加工で機械部品を作るのも、展開図から立体を作る作業と言えます。楽しいことでは、一枚の紙から複雑な立体を作る折紙、紙の部品を組み合わせて作るペーパークラフトもあります。

■未解決問題

展開図の歴史は、16世紀に画家であり数学者であるデューラの著書「測定法教則」にまでさかのぼれます。それ以来、その実用的な側面だけでなく、学術的にも興味の対象となってきました。

展開図に関する最大の未解決問題は「任意の凸多面体は、必ず展開図を作れるのか?」、より正確に言うと「任意の凸多面体は、自己交差の無い多角形に展開することができるだろうか?」という問いです。

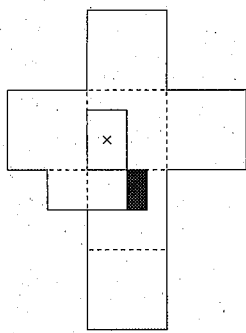


凸多面体とは、直感的には、くぼんだ所の無い多面体です。「辺展開」は、多面体をその辺に沿って切り開いたもので、小学校で習った展開図と同じです。わざわざ辺展開と言っているのは、辺のみでなく多面体の面を切つてもよいとした一般展開と区別するためです。

「自己交差」は、多面体を切り開いて平面上に広げた時に、その一部が重なることを指します。例えば、小学校で習った立方体の展開図に自己交差はありませんが、変な切り方をすると、自己交差のある一般展開ができてしまいます。図×印部は切り抜く。グレー部が交差

重ならない展開図

堀山 貴史 埼玉大学大学院 理工学研究科准教授



世の中の展開図は何とかして作られていますし、立方体の一般展開図の自己交差の図も無理に交差させてあるように見えますので、重なりが無いのが自然なようにも思いますが、この未解決問題は複雑です。

少し問題を変化させて考察した研究を紹介しましょう。まず、凸多面体ではなく、くぼみのある凹多面体も許します。この時には、どのように辺展開をしても重なりを持つ、困った凹多面体があります。

では、凸多面体の辺展開ではなく、「一般展開を許します」。この時には、絶対に重ならないようにつなぐ切り開くアルゴリズムがあります。ちょうど、ミカンを星形に刻む(む)くようなイメージで展開します。

■際どいバランス

問題をもつ少し変えて、正多面体の辺展開とします。正多面体は、各面が同じ正多角形からなる立体で、正4面体、正6面体、正8面体、正12面体、正20面体の5種類しかありません。この場合には、どのように辺展

開しても重なりません。絶対に重なりが無いと計算機を使って証明したのですが、その時に求めた正多面体の展開図カタログは、<http://www.ics.saitama-u.ac.jp/horiyama/research/unfolding/catalog/>とご覧いただけます。正4面体は2種類、正6面体と正8面体は11種類、正12面体と正20面体は4万3380種類あります。

なお、正多面体の辺展開ではなく、一般展開を許すと、図のように重なることがあり得ます。また、5角形と6角形の面を持つサッカーボールに代表されるような半正多面体の辺展開にも、重なりがあり得ます。

それを考えると、正多面体の辺展開が絶対に重ならないというのは、かなり際どいバランスで成り立っていると言えます。

◇ ◇ ◇

堀山 貴史氏(ほりやま、たかし) 72年生まれ。京都大学大学院修了。博士(情報学)。奈良先端科学技術大学院大学助手、京都大学助手を経て、07年から現職。専門はアルゴリズム設計論、計算幾何学、組合せ最適化。

埼玉経済

企業 団体商店街などの話題や情報をお寄せ下さい
TEL 048・795・9161 FAX 048・653・9040