

(第3種郵便物認可)

サイ・テク 知と技の発信

[396]

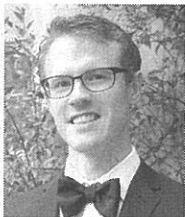
埼玉大学・理工学研究の現場

1916年に日本の数学者掛谷宗一が次の幾何的な問題を考えた。「長さ1の線分(以下、針とする)を領域内で1回転させてできる平面図形のうち、最小の図形の面積は何か」

最初に思い浮かぶのは、円だろう。針の中心で回すことにより、直径が1の円の中で針が1回転できることが分かる。直径が1未満だと針が1回転できないので、円のみ考えれば最小の面積は $\pi \times 4 \div 0.78\dots$ である。これよりも面積が小さい平面図形があるのか。針がギリギリ入る高さが1

・面積が $1/\sqrt{3} \approx 0.58\dots$ の正三角形ABCを考えてみよう。(図1参照)

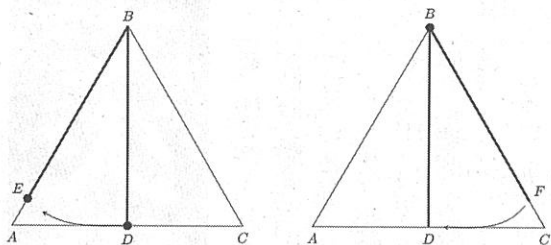
その正三角形の中で、針を1回転させることができるか試してみよう。最初に、正三角形の頂点Bとその頂点の対辺の中心Dに針の先端を置く。次に、頂点Bで右回りの回転させることにより、針をBDからBEへ移動させて、針の先端をEから頂点Aへスライドさせる。Aで右回り60度回転させ、そして頂点Cへスライドさせる過程をもう一度繰り返すことにより、針がBFに移動した。最後に、



リチャードニールベズ Oxford大学で修士号を修得後、Edinburgh大学で調和解析の博士論文の作成を始める。その後も調和解析が主な研究分野だが、さまざまな研究分野に興味があり、特に微分方程式と幾何解析の研究も行っている。2014年度、日本数学会・秋季総合分会で建部賢弘特別賞を受賞する。

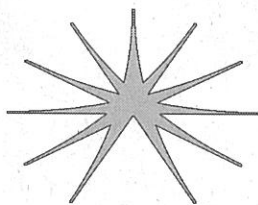
掛谷予想

リチャードニールベズ准教授



(図1)

Bで30度回転させると三角形ABCの中で針を1回転させることができた！
面積が $0.58\dots$ よりも小さい平面図形の中で、針は1回転できるだろうか。1928年にロシアの数学者ベシコヴィッチが掛谷の問題を解決し、「任意に小さくできる」という非常に驚くべき定理を証明した。そのような図形はベシコヴィッチ集合と呼ばれている。ベシコヴィッチ集合の構成は多少難しいが、面積に適した非常に先



(図2)

端のつながった図形で構成できる。(図2参照)
掛谷の問題が完全に解けたようだが、このように現代の掛谷予想は、「平面図形」と「面積」の代わり、「高次元における図形」と「フラクタル次元」というものについての予想であり、現代の幾何解析における有名な未解決な問題である。実は、これは面白い話の初めなのである。また、プリンストン大学のイライス・ステインは1960年代後半に別の分野においてフリーエ変換を研究中、「フリーエ制限問題」という予想を定式化し、掛谷予想には深い関係があることが知られている。その驚くべき関係のお蔭で、掛谷予想とフリーエ制限問題は現在非常に活動的な研究分野であり、最近私はそのテーマについて研究を行っている。