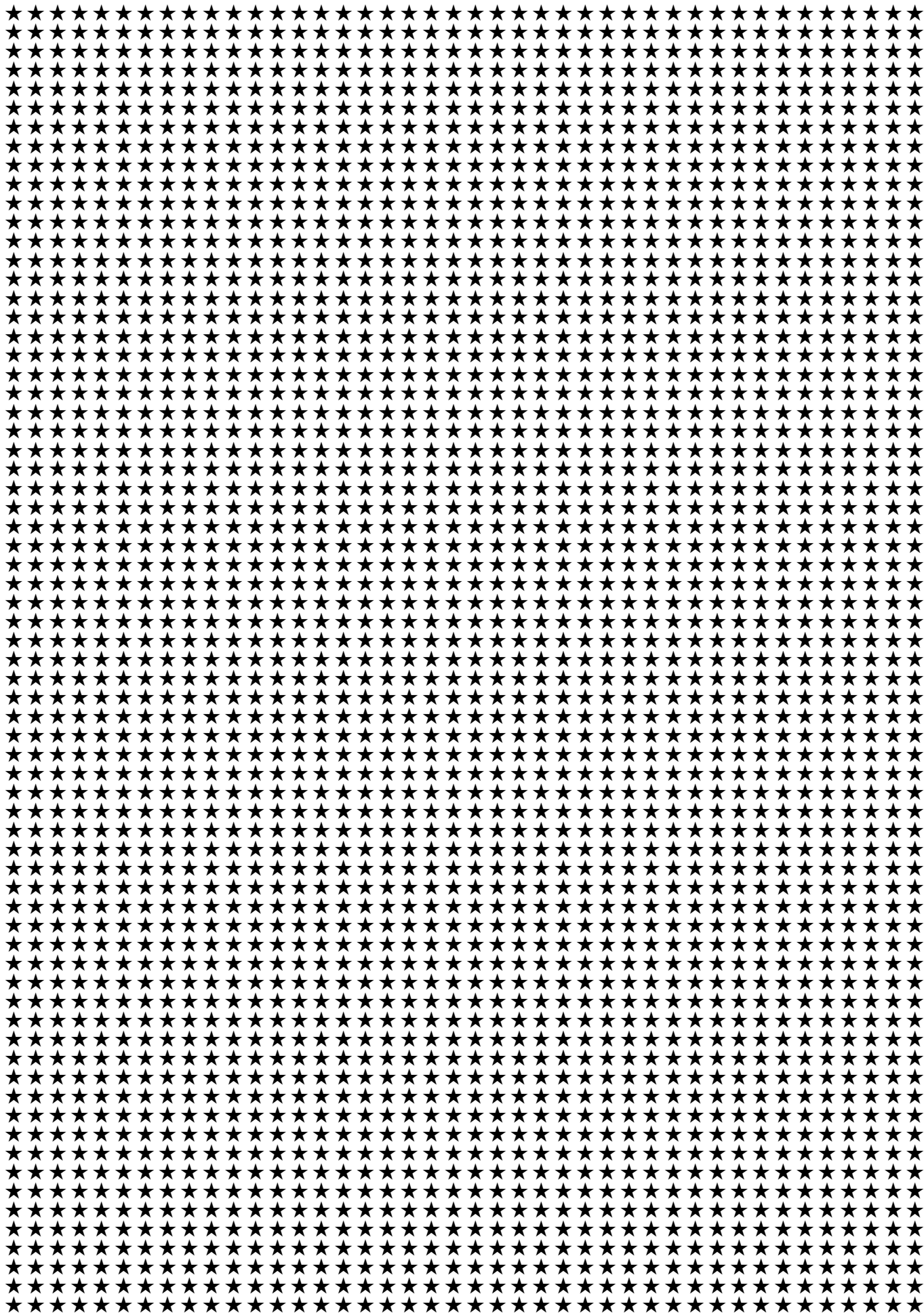


令和 5 年度
埼玉大学工学部第 3 年次編入学試験
機械工学・システムデザイン学科
電気電子物理工学科
環境社会デザイン学科

数 学
(問題冊子)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開いてはいけない。
2. 印刷が不鮮明な場合は申し出ること。
3. 解答は必ず 1 問につき 1 枚の答案用紙に記入すること。また、解答が得られた経過がわかるように記入すること。
4. 答案用紙が足りない場合には、答案用紙表面の右下に「裏面に続く」と記載し、裏面を利用すること。
5. 受験番号を全ての答案用紙右上に忘れず記入すること。記入を忘れた場合、あるいは誤った番号を記入した場合には零点となることがあるので注意すること。



問 1 次の関数の導関数を求めよ.

$$y = (\cos x)^{\frac{1}{\sin x}}$$

問 2 次の関数の極値を求めよ.

$$f(x, y) = x^4 - 2xy + y^2$$

問 3 次の重積分を, $\begin{cases} x = ar \cos \theta \\ y = br \sin \theta \end{cases}$ と変数変換することにより求めよ.

ただし, a, b は正の実数とする.

$$\iint_D x^2 dx dy \quad D = \left\{ (x, y) \mid \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1 \right\}$$

問 1 行列 \mathbf{A} , \mathbf{B} が任意の 2 次正方行列であるとき, 4 次正方行列

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{A} \end{bmatrix}$$

の行列式 $|\mathbf{Q}|$ について, 次の式が成り立つことを示せ.

$$|\mathbf{Q}| = |\mathbf{A} - \mathbf{B}| |\mathbf{A} + \mathbf{B}|$$

問 2 2 次正方行列 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$ について, 以下の問いに答えよ.

ただし, \mathbf{E} は単位行列とする.

(1) $\mathbf{A}^2 - 4\mathbf{A} + 4\mathbf{E}$ を求めよ.

(2) \mathbf{A}^n を求めよ. ただし, n は正の整数とする.

以下の微分方程式の一般解を求めよ.

$$(1) \frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = 4 \sin x$$

$$(2) \frac{d^2y}{dx^2} + 4 \frac{dy}{dx} + 5y = 8 \sin x$$

(3) $y_1(t)$, $y_2(t)$ に対して,

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = 4y_1 + 3y_2 \\ \frac{dy_2}{dt} = y_1 + 2y_2 \end{cases}$$

